Владикавказский математический журнал
2024, Том 26, Выпуск 2, С. 133–136

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

ГЕОРГИЙ ГЕОРГИЕВИЧ МАГАРИЛ-ИЛЬЯЕВ (К 80-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ)

В этом году исполнилось 80 лет нашему коллеге и другу Георгию Георгиевичу Магарил-Ильяеву. Пользуясь случаем, мы хотим сказать несколько слов о нем, как о человеке и математике. Математика (как впрочем и остальные предметы) в школе его не интересовала. Ему очень хотелось играть на пианино, но у семьи не было возможности его купить, и Георгий Георгиевич ограничился домрой. После обучения в разных кружках, он несколько лет играл в ансамбле В. С. Локтева. По окончании школы старший брат (заменивший ему отца, погибшего на войне) решил, что Г. Г. должен иметь высшее образование (ни у кого в семье его не было). Г. Г. выбрал Московский институт электронного машиностроения, однако баллов, которые он набрал, не хватило для поступления, но их хватило для поступления на вечернее отделение Московского института нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина, ближайшего к дому института. Он сдал первую сессию на отлично и его перевели на дневное отделение факультета автоматизации промышленного производства. В качестве дипломной работы Г. Г. было предложено разработать алгоритм работы некоторого специального лифта. Диплом понравился и ему посоветовали послушать лекции по дискретной математике в МГУ. Он их слушал, но решил также послушать и другие лекции, и они произвели на него очень сильное впечатление. Среди лекторов были А. Н. Колмогоров, П. С. Александров, А. Г. Курош, П. К. Рашевский, В. И. Арнольд, М. М. Постников, А. А. Гончар, С. Б. Стечкин, Б. П. Демидович и др. По словам Г. Г.: «Мало что понимая в этих лекциях, я твердо понял, что математика — это то, для чего я родился».

После окончания института Г. Г. направили работать в научно-исследовательский институт комплексной автоматизации, где он занимался различными прикладными задачами, одновременно читая самые разные книги по математике. Одну из задач ему посоветовали показать Владимиру Михайловичу Тихомирову, тогда доценту кафедры общих проблем управления мех-мата МГУ. После встречи с Владимиром Михайловичем (это было в 1969 году) началось их тесное сотрудничество, которое продолжается до сих пор. Следует сказать, что эта встреча, по признанию Г. Г., в значительной степени определила всю его дальнейшую судьбу.

В 1970 году Г. Г. поступил на вечернее отделение мех-мата МГУ, окончил его с отличием в 1974 году, и с тех пор математика стала его основной профессией.

В настоящее время Г. Г. Магарил-Ильяев профессор кафедры общих проблем управления мех-мата МГУ и ведущий научный сотрудник Южного математического института Владикавказского научного центра РАН. Он активно работающий математик, им опубликовано около 200 научных работ, среди которых 6 монографий.

Научные интересы Георгия Георгиевича связаны с функциональным анализом, теорией экстремальных задач, теорией приближений, теорией оптимального восстановления и выпуклым анализом. Расскажем здесь о нескольких направлений его творчества.

1. Вложение функциональных классов. Общая задача о вложении классов дифференцируемых функций на $\mathbb{R}^n$ может быть описана так: про обобщенную функцию $x(\cdot)$ на $\mathbb{R}^n$ известно, что она имеет набор гладкостей $\big\{\big(\alpha^i = \big(\alpha_1^i, \ldots, \alpha_n^i\big),\, p^i = \big(p_1^i, \ldots, p_n^i\big)\big)\big\}_{i=1}^N$, т. е. α^i-я производная принадлежит пространству $L_{p^i}(\mathbb{R}^n)$, $1 \leqslant i \leqslant N$. Спрашивается, как описать совокупность *всех* гладкостей, которыми обладает функция $x(\cdot)$? Г. Г. Магарил-Ильяев для случая, когда $1 < p_k^i < \infty$ по набору $\{(\alpha^i, p^i)\}_{i=1}^N$ построил полиэдр в $\mathbb{R}^{2n}$, точки которого и только они являются точками гладкости функции $x(\cdot)$. Этот результат обобщает ряд известных утверждений о вложении классов гладких функций на $\mathbb{R}^n$.

2. Неравенства для производных Ландау — Колмогорова. Данная тематика берет свое начало от исследований Э. Ландау, Г. Харди, Д. Литтлвуда, Г. Пойа, А. Н. Колмогорова и др., и имеет разнообразные приложения в анализе. Г. Г. Магарил-Ильяеву принадлежит заметная доля среди точно решенных задач о подобных неравенствах, которых всего около 30. Особенностью его подхода явилось использование общих методов теории экстремума и теории двойственности в выпуклом анализе. В работе, совместной с А. П. Буслаевым и В. М. Тихомировым, доказана весьма нестандартная теорема существования решения в задаче о неравенствах для производных Ландау — Колмогорова.

Эти два круга вопросов легли в основу кандидатской диссертации Г. Г. Магарил-Ильяева, защищенной в 1980 году под руководством В. М. Тихомирова.

В основе докторской диссертации была разработка нового направления в теории аппроксимации, которое можно озаглавить так:

3. Наилучшие приближения некомпактных классов функций. Развивая идеи К. Шеннона и А. Н. Колмогорова о средней ε-энтропии (на единицу времени) для стохастических и детерминированных процессов на прямой, Г. Г. Магарил-Ильяев ввел понятия средней размерности пространства и оператора среднего ранга, что позволило ему определить средний поперечник по Колмогорову и средний линейный поперечник — аналоги n-поперечника по Колмогорову и линейного n-поперечника. В итоге была построена теория средних поперечников функциональных классов, где возможно количественное сравнение приближения некомпактных классов различными бесконечномерными подпространствами. В ряде важных случаев были найдены точные значения средних поперечников и описаны экстремальные подпространства и операторы.

4. Оптимальное восстановление линейных функционалов и операторов. Концепция оптимального восстановления охватывает, в принципе, всю проблематику теории приближений. Задачи оптимального восстановления линейных функционалов и операторов оказываются тесно связанными с задачами о наилучшем приближении индивидуальных элементов и классов функций, с задачами о неравенствах для производных и т. п. Г. Г. Магарил-Ильяев в достаточно общей ситуации получил принципиальный результат о том, что оптимальный метод восстановления линейного функционала является множителем Лагранжа для некоторой выпуклой задачи, для которой задача оптимального восстановления является двойственной.

На основе общих принципов теории экстремума и выпуклой двойственности Г. Г. Магарил-Ильяев и К. Ю. Осипенко получили ряд точных результатов о восстановлении линейных функционалов и операторов на различных классах гладких и аналитических функций. Найдены, в частности, явные выражения для оптимальных методов восстановления функций и их производных в различных метриках по неполной и/или неточной информации о спектре функции, а также решений уравнений математической физики по неточным исходным данным. Эти результаты имеют важное прикладное значение. Получены новые точные неравенства для производных типа Ландау — Колмогорова, где норма промежуточной производной оценивается через норму преобразования Фурье функции и норму старшей производной.

5. Экстремальные задачи и выпуклый анализ. На протяжении многих лет Георгием Георгиевичем совместно с В. М. Тихомировым продумывались многие задачи теории приближений (критерии элементов наилучшего приближения, неравенства для производных полиномов и гладких функций, восстановление функционалов и операторов и т. д.) с точки зрения общих принципов теории экстремума и выпуклого анализа. Как определенный итог этих исследований были написаны книги: Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров «Выпуклый анализ и его приложения», Москва, УРСС, 2000; G. G. Magaril-Il'yaev, V. M. Tikhomirov "Convex Analysis: Theory and Applications", Translations of Math. Monographs, vol. 222, AMS, Providence, RI, 2003. Первая книга выдержала 5 изданий (последнее в 2020 г.), а в этом году ее переработанный вариант выходит в серии «Классический университетский учебник». Вторая книга в этом году переведена на японский язык.

В последние годы Георгий Георгиевич Магарил-Ильяев вместе с Евгением Рачиевичем Аваковым активно занимается тематикой, которую можно было бы назвать так:

6. Общие вопросы теории оптимального управления. Теория оптимального управления — важнейшая составляющая общей теории экстремума, а в прикладных вопросах — это одна из наиболее востребованных теорий. Для общей задачи оптимального управления Георгий Георгиевич и Евгений Рачиевич ввели понятие траектории локального инфимума — функции, обобщающей понятие оптимальной траектории. Это функция, на которой достигает минимум целевой функционал. Она не является, вообще говоря, допустимой траекторией, но является равномерным пределом таковых. Оптимальная траектория может не существовать, но существование траектории локального инфимума, очевидно, вполне достаточно для приложений. Для траектории локального инфимума были получены необходимые условия первого и второго порядков.

Если, в частности, траектория локального инфимума — оптимальная траектория, то полученные необходимые условия содержат классические необходимые условия первого порядка (принцип максимума Понтрягина) и известные условия оптимальности второго порядка, а также и другие соотношения, которые (как показывают примеры) дают дополнительную информацию об оптимальном процессе. В этом смысле полученные необходимые условия усиливают известные результаты

Доказательства полученных результатов потребовало разработки новых математических инструментов, в частности, теорем о существовании неявной функции не только у исходного отображения, но и у близких к нему отображений.

В заключение скажем несколько слов о личных качествах Георгия Георгиевича. Все, кто с ним встречался, знают, что он общителен, остроумен и доброжелателен. Научные и человеческие контакты с ним отличаются особой атмосферой, сочетающей серьезность обсуждения с шуткой. Порой напряженные моменты споров и дискуссий он умело может разрядить, рассказав веселую историю или анекдот. Георгий Георгиевич с большой самоотдачей и добротой относится к своим коллегам, ученикам и студентам. Мы хотим пожелать ему творческих успехов, здоровья и благополучия.

Е. Р. Аваков, В. И. Буренков, Э. М. Галеев, М. Л. Гольдман,
В. Б. Демидович, А. В. Дмитрук, А. Г. Кусраев, С. С. Кутателадзе,
К. Ю. Осипенко, В. Д. Степанов, В. М. Тихомиров