

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

А. В. АБАНИНУ — 70 ЛЕТ

6 февраля 2025 г. исполнилось 70 лет известному российскому математику, доктору физико-математических наук, профессору, заведующему кафедрой математического анализа и геометрии Института математики, механики и компьютерных наук имени И. И. Воровича Южного Федерального университета, заведующему отделом математического анализа Южного математического института ВЦ РАН Александру Васильевичу Абанину.

А. В. Абанин является одним из ярких представителей ростовской научной школы по теории функций и функциональному анализу, сформировавшейся во второй половине прошлого века под руководством крупных математиков того времени, профессоров М. Г. Хапланова, Ю. Ф. Коробейника и М. М. Драгилева. Ему принадлежат первоклассные результаты по широкому спектру задач современного вещественного, комплексного и функционального анализа.

Первоначально его научные интересы были сосредоточены на теории абсолютно представляющих систем, основы которой в 1975–1980 гг. заложил его научный руководитель Ю. Ф. Коробейник. В 1981 г. А. В. Абанин успешно защищает кандидатскую диссертацию «Некоторые свойства представляющих систем и базисов», результаты которой сыграли решающую роль в развитии ряда ключевых направлений в данной тематике. В частности, им было проведено систематическое исследование нового объекта — эффективных множеств, и установлены необходимые условия геометрического характера на распределение в плоскости показателей абсолютно представляющих систем экспонент в пространствах функций, голоморфных в выпуклой области. В это время имелось два основных подхода к теории представления голоморфных функций рядами экспонент и их обобщений. Первый был развит в фундаментальных работах А. Ф. Леонтьева; он основывался на методах теории функций комплексного переменного. Его ключевыми моментами были использование специальной интерполирующей функции и рядов Лагранжа, построенных по целым функциям вполне регулярного роста с максимально возможным ростом производных в нулях. Вторым был предложен американским математиком Л. Эренпрайсом; он заключался в привлечении теории двойственности и интегральных представлениях функций из рассматриваемых пространств. Здесь ключевую роль сыграло введенное Л. Эренпрайсом понятие достаточных множеств для сопряженных пространств. Впоследствии, в 1974 г., Д. М. Шнайдер ввел более простое и удобное



для исследований понятие слабо достаточных множеств. Каждый из этих подходов имел свои преимущества, и до начала 80-х годов они развивались практически независимо друг от друга, пока в результате исследований Ю. Ф. Коробейника и В. В. Напалкова не было установлено их совпадение. В этом отношении модельный критерий выглядит следующим образом. Система экспонент $(\exp \lambda_k z)_{k \in \mathbb{N}}$ является абсолютно представляющей в пространстве $H(G)$ функций, голоморфных в выпуклой области G , тогда и только тогда, когда последовательность $(\lambda_k)_{k \in \mathbb{N}}$ образует достаточное или, что одно и то же, слабо достаточное множество для подходящей реализации сопряженного пространства с помощью преобразования Лапласа функционалов. При этом слабо достаточные множества можно определить для любого внутреннего индуктивного предела весовых пространств целых функций без взаимосвязи с тем, имеется или нет какая-либо двойственность пространств. Кроме того, из предшествующих исследований следовало, что такие множества играют важную роль в решении ряда классических задач теории целых функций — теорем деления, различных интерпретаций принципа Фрагмена — Линделефа, теорем типа Левинсона и др.

В связи с вышеизложенным основные усилия А. В. Абанина в течение следующих после защиты кандидатской диссертации 10–15 лет были сосредоточены на развитии теории слабо достаточных множеств в различных по структуре пространствах целых функций одной и многих переменных и разработке их приложений к абсолютно представляющим системам и уравнениям свертки. В первую очередь им было доказано, что классы слабо достаточных и определяющих (в другой терминологии — эффективных по Ийеру) множеств совпадают между собой. Этот факт стал полной неожиданностью, поскольку слабо достаточные множества имеют топологическую природу, а в основе определения эффективных лежит возможность вычисления классических характеристик целых функций (например, типа или индикатора) не по всей плоскости, а по заданному, как правило дискретному, множеству. Затем были введены и изучены понятия продолжения слабо достаточных множеств из одного пространства в другое и их устойчивости относительно предельного перехода. При этом были разработаны новые методы, основанные на использовании мультипликаторов весовых пространств целых функций и построении специальных семейств целых функций с равномерными глобальными оценками сверху и близкими к ним индивидуальными оценками снизу в каждой фиксированной точке пространства. Впоследствии эти семейства также сыграли ключевую роль в решении ряда других задач, связанных с теорией уравнений свертки, интерполяцией и теоремами деления целых функций. Перечисленные результаты составили основное содержание защищенной в 1995 г. докторской диссертации «Слабо достаточные множества и абсолютно представляющие системы».

Следующим направлением исследований А. В. Абанина стала проблема описания порождающих идеалов в кольцах целых функций. Начиная со знаменитой теоремы Л. Карлесона о короне, характеристика таких идеалов давалась через подходящую оценку снизу суммы модулей их образующих. А. В. Абанину в данной задаче впервые удалось получить критерии, формулируемые в терминах массивности нулевых множеств образующих. Кроме того, им был выделен класс весов, для которых в соответствующих кольцах совпадают семейства порождающих и дифференциальных идеалов.

Значительный цикл работ А. В. Абанина связан с теорией ультрадифференцируемых функций и ультрараспределений. Сначала им было дано полное описание пространств ультрадифференцируемых функций, допускающих аналоги классической теоремы Уитни о продолжении джетов с компакта во все пространство, а впоследствии построена теория ультрараспределений, содержащая в качестве частных случаев как классические

теории Берлинга — Бьорка и Румье — Коматсу, так и их обобщения, разработанные Циоранеску–Жидо и Брауном–Майзе–Тейлором. Итогом этого цикла стала монография «Ультрадифференцируемые функции и ультрасредствования», вышедшая в издательстве «Наука» в 2007 г.

В 2009–2013 гг. А. В. Абанин проводил совместные исследования, связанные с уравнениями свертки и теоремами деления, с известными зарубежными математиками Ле Хай Хоем и Р. Ишимурой. Ими были установлены критерии разрешимости уравнений свертки в пространстве голоморфных в выпуклой области функций полиномиального роста и доказано существование экспоненциально-полиномиального базиса в ядре соответствующего оператора. Следует отметить, что рассмотренное ими пространство по своей топологической структуре относится к внутренним индуктивным пределам последовательностей банаховых пространств (так называемым LB-пространствам), в то время как все предыдущие исследования подобного рода относились к более простому двойственному случаю пространств Фреше.

В эти же годы в совместных работах с Лей Хай Хоем была установлена двойственность пространств голоморфных функций полиномиального роста и пространств Фреше голоморфных функций заданной граничной гладкости. Через несколько лет в совместной статье с Т. М. Андреевой аналогичная двойственность была установлена уже для пространств, задаваемых весами общего вида. Кроме того, были развиты методы описания сопряженных пространств для индуктивных пределов последовательностей банаховых пространств бесконечно дифференцируемых функций и проективных спектров таких пространств (совместно с И. А. Филиппевым).

Следующим центром научных интересов А. В. Абанина стало развитие структурной теории весовых пространств голоморфных функций. Им получено далеко идущее обобщение классической теоремы Л. Хермандера о продолжении целых функций с оценками роста, разработаны ее приложения к описанию канонических систем весов, установлены критерии принадлежности весовых пространств голоморфных функций к компактным спектрам, найдена непосредственная связь между топологической и алгебраической структурами индуктивных пределов весовых пространств голоморфных функций и их проективных оболочек. Все эти результаты получены совместно с вьетнамским математиком Фам Тронг Тиеном, защитившим кандидатскую диссертацию под руководством А. В. Абанина в 2013 г.

В последние 10 лет исследования А. В. Абанина сосредоточены на изучении топологических и динамических свойств классических операторов в весовых банаховых пространствах голоморфных функций. Совместно со своими коллегами, Фам Тронг Тиеном и Ле Хай Хоем, ему удалось окончательно решить ряд известных открытых проблем в этой области. Были полностью охарактеризованы непрерывные и компактные операторы дифференцирования и интегрирования и их инвариантные подпространства, описаны линейно связные компоненты семейства операторов весовой композиции в пространствах Бергмана и доказано существование в этих семействах изолированных элементов.

Почти за 50 лет активной научной деятельности он опубликовал более 200 научных работ, значительную часть из которых вместе со своими учениками. Сегодня можно с полной уверенностью утверждать, что им создана собственная научная школа — 11 кандидатов наук, многочисленные магистры, написавшие свои диссертации под его руководством. Немало учеников А. В. Абанина работает сегодня в вузах Ростова-на-Дону и Ростовской области, и все они в полной мере следуют основным принципам учителя — высокая требовательность к себе и своим ученикам, преданность делу, большая самоотдача и высокий профессионализм.

Наряду с педагогической и научной деятельностью А. В. Абанин активно участвует в организации научной и учебной работы в Южном федеральном университете и Южном математическом институте ВНЦ РАН. Он возглавляет специализированный совет ЮФУ по защите докторских диссертаций, входит в состав редколлегий таких известных изданий как «Владикавказский математический журнал» и «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки». Он регулярно участвует в работе организационных комитетов различных международных конференций, выступает с докладами на Международных и Всероссийских конференциях, симпозиумах, школах.

Александр Васильевич является не только известным ученым и талантливым преподавателем, но и образцом порядочности, скромности, доброжелательности и верности традициям российской науки и образования. Благодаря этому он пользуется заслуженным авторитетом и уважением среди своих учеников и коллег.

Отмечая юбилей нашего товарища и коллеги, от всей души желаем Александру Васильевичу здоровья, семейного благополучия и новых творческих достижений!

*А. О. Ватульян, М. И. Карякин, А. Г. Кусраев,
И. Х. Мусин, Ю. С. Налбандян, Д. М. Поляков,
Д. А. Полякова, Р. С. Юлмухаметов*